Bellavista, 18 de octubre, 2022

Señor(a):

RESOLUCIÓN DECANAL N° 126-2022-D-FCNM. - Bellavista 18 de octubre de 2022.- EL DECANO DE LA FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO:

Visto el Proveído N°629-2022-D-FCNM, recibido en forma virtual el 07 de octubre de 2022, por medio del cual el Presidente del Jurado Evaluador del Proyecto de Tesis presenta el Dictamen, para optar el Título Profesional de Licenciado en Matemática, e informa, que el proyecto titulado "APLICACIÓN DEL ALGORITMO DE KARMARKAR PARA UN PROBLEMA DE PROGRAMACIÓN LINEAL", presentado por la Srta. Bachiller AGUILAR CHECCLLO, Lisset Evelin, ha sido evaluado y se resuelve aprobarlo.

CONSIDERANDO:

Que, el Art. 32° de la Ley Universitaria Ley N° 30220, norma que las Facultades son unidades de formación académica, profesional y de gestión, el Art. 70° numeral 2, 3 y 5, norma las atribuciones del Decano, a través de los Directores de los Departamentos, Directores de las Escuelas Profesionales, Unidad de Investigación y la unidad de Posgrado, y las demás dependencias, respectivamente; a fin de lograr un desarrollo académico y administrativo eficaz y eficiente, concordante con la misión, visión y valores de la Facultad FCNM;

Que, mediante Resolución del Consejo Universitario Nº 099-2021-CU de fecha 30 de junio del año 2021, se aprobó el Reglamento de Grados y Títulos de Pregrado de la Universidad Nacional del Callao, señalando en el Art. 33° que la titulación profesional por la modalidad de tesis se realiza por uno de los dos procedimientos: a) Sin ciclo de tesis, y b) Con ciclo de tesis; asimismo, en su Art. 73° precisa sobre la documentación que debe presentar el estudiante o egresado para aprobar su proyecto de tesis y acceder a la titulación profesional mediante dicha modalidad;

Que, con Resolución Rectoral Nº 285-2021-R de fecha 17 de mayo de 2021, se aprobó la Directiva Nº 002-2021-R PARA LA TITULACIÓN PROFESIONAL POR LA MODALIDAD DE TESIS CON CICLO DE TALLER DE TESIS EN LA UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO;

Que, con RESOLUCIÓN DECANAL Nº 021-2019-D-FCNM de fecha 04 de febrero de 2019 se aprueba la APERTURA, INSCRIPCIÓN Y DESARROLLO DEL TERCER CICLO TALLER DE TESIS DE LA FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO, designándose al mismo tiempo, al Profesor ordinario, adscrito al Departamento Académico de Matemática Lic. JUAN BENITO BERNUI BARROS, Coordinador del Tercer Ciclo Taller de Tesis, para la obtención del Título Profesional de Licenciado en Matemática, cumpliendo con las funciones establecidas en los artículos 46°, 47° 48° y 49° del Reglamento de Grados y Títulos de la Universidad Nacional del Callao, aprobado mediante Resolución de Consejo Universitario Nº 099-2021-CU, de fecha el 30 de junio de 2021;

Que, con Resolución de Consejo de Facultad Nº 028-2021-CF-FCNM de fecha 15 de marzo del 2021, se aprobó el PROYECTO DEL III CICLO TALLER DE TESIS PARA LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO PROFESIONAL DE LICENCIADO EN MATEMÁTICA DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO, que incluye el Cronograma de Actividades, docentes de cada módulo, **Asesores**, programación horaria, presupuesto y Personal Administrativo, con las modificaciones realizadas por el Consejo de Facultad, el mismo que consta de once (11) páginas;

Que, mediante RESOLUCIÓN DECANAL 095-2022-D-FCNM de fecha 26 de agosto de 2022 se Designó, Jurado Evaluador de Proyecto de Tesis para obtener el título profesional de Licenciado en Matemática, del proyecto titulado: "APLICACIÓN DEL ALGORITMO DE KARMARKAR PARA UN PROBLEMA DE PROGRAMACIÓN LINEAL", presentado por la Srta. Bachiller AGUILAR CHECCLLO, Lisset Evelin; Jurado que está integrado por los siguientes profesores: Dr. EUGENIO CABANILLAS LAPA (Presidente), Lic. ABSALÓN CASTILLO VALDIVIESO (Secretario), Dr. PEDRO CANALES GARCÍA (Vocal), Dr. EDINSON MONTORO ALEGRE (Suplente);

Que, estando vigente el Estado de Emergencia Nacional y de Aislamiento Social Obligatorio establecido en el marco del Decreto de Urgencia N° 026-2020 por las graves circunstancias que afectan la vida de la Nación a consecuencia del brote del COVID-19. Se ha emitido la Resolución de Consejo Universitario N° 068-2020-CU, de fecha 25 de marzo de 2020, mediante la cual se resuelve "autorizar con eficacia anticipada, del 16 de marzo de 2020, y hasta que concluya el estado de emergencia nacional, la modificación del lugar de la prestación de servicios docentes y administrativos;

Que, corrido el trámite de la solicitud del recurrente, el presidente del Jurado Evaluador del Proyecto de Tesis presenta en forma virtual en mesa de partes de la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática, el 07 de octubre de 2022, el Dictamen del proyecto de Tesis titulado "APLICACIÓN DEL ALGORITMO DE KARMARKAR PARA UN PROBLEMA DE PROGRAMACIÓN LINEAL", presentado por la Srta. Bachiller AGUILAR CHECCLLO, Lisset Evelin, el cual ha sido evaluado y cumple con los requisitos para su aprobación;

Estando a lo glosado; a la documentación que obra en autos; a lo normado en el Reglamento de Grados y Títulos; y en uso de las atribuciones que le confiere el Art. 187° del Estatuto de la Universidad Nacional del Callao, modificado en Resolución de Asamblea Universitaria Nº 008-2022-AU, de fecha 28 de junio de 2022 y concordante con el Art. N° 70° de la ley universitaria, Ley N° 30220;

RESUELVE:

1º. APROBAR, con eficacia anticipada el Proyecto de Tesis para optar el Título Profesional de Licenciado en Matemática, titulado: "**APLICACIÓN DEL ALGORITMO DE KARMARKAR PARA UN PROBLEMA DE PROGRAMACIÓN LINEAL**", presentado por la Srta. Bachiller AGUILAR CHECCLLO, Lisset Evelin, en el Tercer Ciclo Taller de Tesis para la obtención del Título Profesional de Licenciado en Matemática, de la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática, de la Universidad Nacional del Callao.

2º. AUTORIZAR, a la Unidad de Investigación inscribir el tema de tesis y su autor señalado en la presente Resolución, en el Libro de Registro de Tesis, de acuerdo con el Reglamento de Grados y Títulos vigente.

3º. TRANSCRIBIR, la presente Resolución a los miembros del Jurado Evaluador, profesor asesor, Escuela Profesional y Departamento Académico de Matemática, Unidad de Investigación, Comisión de Grados y Títulos e interesada, para conocimiento y fines.

REGÍSTRESE, COMUNÍQUESE Y ARCHÍVESE

Fdo. **Dr. JUAN ABRAHAM MÉNDEZ VELÁSQUEZ**. -Decano y Presidente del Consejo de Facultad de la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática de la Universidad Nacional del Callao.

Fdo. **Mg. GUSTAVO ALBERTO ALTAMIZA CHÁVEZ**.-Secretario Académico
Lo que transcribo a usted para los fines pertinentes.

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA

Dr. Juan Abraham Méndez Velásquez
Decano

PROVEÍDO N°629-2022-D-FCNM

Ref. : **Dictamen Jurado Evaluador del Proyecto de Tesis**
III CICLO TALLER DE TESIS FCNM 2021
Bach. AGUILAR CHECCLLO, Lisset Evelin
Escuela Profesional de Matemática

DERÍVESE, el documento indicado de la referencia a la **Oficina de Secretaría Académica de la FCNM**, para la emisión de la respectiva resolución.

Bellavista, 07 de octubre de 2022

Atentamente,

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA

Dr. Juan Abraham Méndez Velásquez
Decano

JAMV/hc
Archivo

Dictamen

Asunto: Evaluación de Proyecto de Tesis.

Lugar: Facultad de Ciencias Naturales y Matematica.

Fecha: 06 de Octubre de 2022.

Los que suscribimos: Dr. Pedro Canales García, Lic. Absalón Castillo Valdivieso., Dr. Edinson Montoro Alegre y Dr. Eugenio Cabanillas Lapa, designados por Resolución Decanal No Nº 095-2022-D-FCNM del 26 de Agosto de 2022, como Jurado Evaluador del Proyecto de Tesis: "APLICACIÓN DEL ALGORITMO DE KARMARKAR PARA UN PROBLEMA DE PROGRAMACIÓN LINEAL", presentado por la Bachiller AGUILAR CHECCLLO, Lisset Evelin, para obtener el título profesional de Licenciado en Matemática, por la modalidad de tesis sin ciclo de tesis , cumplimos en dictaminar, después de una exhaustiva y meticulosa revisión, que: el Proyecto en mención reúne los requisitos exigidos para su aprobación, y continuación del trámite correspondiente.

Dr. Pedro Canales García

Lic. Absalón Castillo Valdivieso

Dr. Edinson Montoro Alegre

Dr. Eugenio Cabanillas Lapa

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA
ESCUELA PROFESIONAL DE MATEMÁTICA

PROYECTO DE INVESTIGACION:

“APLICACIÓN DEL ALGORITMO DE KARMARKAR PARA UN PROBLEMA DE PROGRAMACION LINEAL”

AUTOR:
LISSET EVELIN AGUILAR CHECCLLO

ASESOR:
DR. DIONICIO MORENO VEGA

LÍNEA DE INVESTIGACIÓN:
ANÁLISIS NUMÉRICO Y MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

CALLAO, PERÚ

2022

Lisset Evelin Aguilar Checcllo
Bachiller

Dr. Dionicio Moreno Vega
Asesor

INFORMACIÓN BÁSICA

1.Facultad: Facultad de Ciencias Naturales y Matemática

2.Unidad de Investigación: Departamento de Matemática

3.Título: **"**APLICACIÓN DEL ALGORITMO DE KARMARKAR PARA UN PROBLEMA DE PROGRAMACION LINEAL**"**

4.Autor: Lisset Aguilar Checcllo

ORCID: 0000-0003-3149-3613

5.Asesor: Dr. Dionicio Moreno Vega

ORCID: 0000-0002-1522-0511

6.Lugar de ejecución: Facultad de Ciencias Naturales y Matemática

7.Tipo de Investigación: Básica

8.Unidades de análisis: Programación Lineal

9.**Tema OCDE**:1.01.01(Matemática Pura)

INTRODUCCIÓN

La programación lineal es el campo de la programación matemática en maximizar o minimizar es decir optimizar una función lineal, denominada función objetivo, de tal forma que las variables de dicha función estén sujetas a una serie de restricciones expresadas mediante un sistema de ecuaciones o inecuaciones lineales. El método tradicionalmente usado para resolver problemas de programación lineal es el Método Simplex.

El algoritmo de Karmarkar se presenta como un buscador de óptimos a partir de puntos interiores, siendo novedoso en relación con el método simplex. Este método permite resolver programas lineales en tiempo polinomial, mejorando el conocido algoritmo del simplex. Un algoritmo que sirve para encontrar una solución factible de un sistema de inecuaciones se llama algoritmo de elipsoide. Por lo tanto, se destacó del método elipsoide, que era polinomial, pero inadecuado para fines prácticos. En consecuencia, los problemas de optimización complejos se resuelven mucho más rápido utilizando el algoritmo de Karmarkar. Un ejemplo práctico de esta eficiencia es la solución a un problema complejo en la optimización de la red de comunicaciones donde el tiempo de solución se redujo de semanas a días. Requiere operaciones con números de dígitos, en comparación con tales operaciones para el algoritmo elipsoide.

El algoritmo de Karmarkar cae dentro de la clase de métodos de puntos interiores: la estimación actual de la solución no sigue el límite del conjunto factible como en el método simplex, sino que se mueve a través del interior de la región factible, mejorando la aproximación de la solución óptima. Por una fracción definida con cada iteración, y convergiendo a una solución óptima con datos racionales.

Es por esta importancia, que el presente trabajo tiene por objetivo principal describir y analizar el algoritmo de karmarkar para un problema de programación lineal.

I. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1. Descripción de la realidad problemática

Con el fin de centrarnos en las ideas nuevas y más importantes de nuestro algoritmo, hacemos varios supuestos simplificadores, En la sección 6 vamos a eliminar todas estas restricciones mediante la aplicación de técnicas estándar como holguras variables, variables artificiales, búsqueda binaria, transformaciones lineales elementales. etc.

Formulación del problema:

Minimizar	$C^T x$	$C, x \in R^n$
Sujeto a	$x \in B \cap S$	
Donde	$B = \{x/Ax = 0\}$	
Y	$S = \{x/\ x \geq 0\ ,\ \sum x_i = 1\}$	

Hipótesis

1.Tenga en cuenta que la región factible es la intersección de espacio afín con un simplex en lugar del orto positivo. Inicialmente se necesita una proyectiva transformación para traer un problema de programación lineal a esta forma.

2.El sistema lineal de ecuaciones que define B es homogéneo, es decir el lado derecho de x es cero. Pero hay una ecuación adicional $\sum x_i = 1$,y con la ayuda de esta ecuación cualquier sistema no homogéneo puede volverse homogéneo.

3.El valor mínimo de la función objetivo es cero. si el valor mínimo digamos C_m, se conoce de antemano pero no es cero, podemos tomar una función objetiva modificada $C^T x - C_m$ y hacerla homogénea.

Si no se conoce el valor mínimo, se puede usar una variante del algoritmo de "Función Objetivo Deslizante" se puede utilizar una variante del algoritmo y tiene la misma complejidad del tiempo.

4. El problema es factible y el centro de simplex S dado por $a_0 = \frac{1}{n}$e, donde e es el vector de todos unos, es un punto de partida factible.

El llamado "Problema De Viabilidad", es decir, decidir si un sistema lineal de desigualdades es factible, y el "problema de optimización "que no se sabe que sea factible, ambos pueden resolverse en términos de un problema de optimización con una solución viable inicial conocida.

5. Se da un parámetro de terminación q, y nuestro objetivo es encontrar un X factible tal.

$$\frac{C^T x}{C^T a_0} \leq 2^{-q}$$

Como el método del elipsoide, si tomamos $q = 0(L)$ aproximadamente la solución óptima se puede convertir en una solución óptima exacta.

objetivo

Es así que se espera con este trabajo describir el algoritmo de karmarkar para solucionar el problema anterior haciendo un análisis detallado de cada uno de los puntos referentes a dicho algoritmo, como demostrar la factibilidad del método o la optimización sobre la esfera.

1.2. Formulación del problema

1.2.1. Problema general

¿Es posible aplicar el algoritmo de karmarkar para un problema de programación lineal?

1.2.2. Problemas específicos

- ¿Es posible transformar la función potencial asociada al problema de programación lineal mediante una transformación proyectiva?
- ¿Es posible optimizar una función lineal sobre una esfera?

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo General

Aplicar el algoritmo de karmarkar para un problema de programación lineal.

1.3.2. Objetivos Específicos

- Transformar la función potencial asociada al problema de programación lineal mediante una transformación proyectiva.
- Optimizar una función lineal sobre una esfera.

1.4. Justificación

La Programación lineal, es parte de la investigación operativa, también conocida como ciencia de gestión, es una disciplina que se ocupa de la optimización y control de sistemas. El término "programación" es utilizado como sinónimo de optimización. Es decir, maximizan la salida para una determinada entrada o minimizan la entrada para alguna salida requerida.

Si bien la investigación de operaciones y la programación lineal no habían sido formalmente descrito, “La teoría de los juegos y Comportamiento económico” ya había alcanzado una importante publicación de Von Neumann y Morgenstern (1944). Fue en 1947 cuando Dantzig ideó por primera vez una técnica que permitió problemas con restricciones lineales y un objetivo lineal.

Entre las primeras implementaciones informáticas del método simplex se encuentra un modelo con 71 variables y 48 restricciones que tardaron no menos de 18 horas en resolverse. Esto puede ser un pequeño problema para los estándares actuales, algo que cualquier software pertinente podría resolver en una fracción de segundo.

En 1949 Dantzig publicó el método símplex para resolver problemas de programación lineal, y que desde entonces ha sido el algoritmo más utilizado para resolver este tipo de problemas, además, este algoritmo es considerado uno de los 10 algoritmos más importantes del siglo XX. Aun así, existen ciertos tipos de problemas con una estructura concreta o con un número de variables y de inecuaciones verdaderamente grandes, donde dicho algoritmo tiene un peor rendimiento. En 1984, Narendra Karmarkar, un matemático indio establecido en Estados Unidos, diseñó una importante modificación del método del simplex, denominada el algoritmo de Karmarkar, que ha demostrado una eficiencia mayor en determinados casos. Desde el desarrollo de Karmarkar (1984) apareció nuevos algoritmos e importantes algoritmos prácticos de punto interior. Entre estos se encuentran el método de barrera logarítmica primordial, primal-algoritmo, método de barrera logarítmica dual y el algoritmo primal-dual. Todos estos algoritmos se describen la solución obtenida por un método de punto interior no está necesariamente en un vértice; describimos una técnica para convertirlo en un vértice

Es así que el algoritmo de kamarkar cobra gran relevancia en el estudio de programación lineal ya que aborda una nueva estrategia considerando puntos interiores. solución obtenida por un método de punto interior, este trabajo tiene como objetivo principal en la aplicación del algoritmo y analizar la convergencia de la solución trabajando inicialmente sobre funcionales lineales en una esfera.

Por este motivo surgió el algoritmo de Karmarkar, ya que se comporta de una manera más razonable en los casos donde el método símplex falla.

1.5. Delimitantes de investigación

1.5.1. Teórico

No se aplica en este tipo de proyecto.

1.5.2. Temporal

No se aplica en este tipo de proyecto.

1.5.3. Espacial

No presenta limitaciones espaciales.

II. MARCO TEORICO

2.1. Antecedentes: Internacional y Nacional

2.1.1. Antecedentes Internacionales:

- Ávila. (1995). Revista de Matemática: Teoría y Aplicaciones. En este artículo el autor da un enfoque ciertamente novedoso sobre el método de karmarkar, muestra una serie de aplicaciones importantes del método enfatizando una fácil implementación. (Avila, 1995)
- Butkovic & MacCaig . (2015). Un método fuertemente polinomial para resolver problemas de optimización lineal máxima de enteros en un caso genérico. En este artículo se estudia la existencia de soluciones enteras para problemas de optimización lineal máxima. Específicamente, muestran que, en un caso genérico, el problema de optimización lineal máxima de enteros se puede resolver en un tiempo fuertemente polinomial. Esto amplia los resultados de los articulo anteriores donde se dieron los métodos polinomiales para este caso genérico. (MacCaig, 2015).

- Chakraborty, Chandru & Rao. (2019). Una introducción a la programación lineal: de Fourier a karmarkar. En este artículo los autores nos informan la historia de la programación lineal. Se inició de la idea original de probar si un poliedro no está vacío mediante el uso de una eliminación de variable proyectar una dimensión a la vez hasta que surge una tautología se remonta a un artículo por Fourier en 1823. Esto es reinventado en la década de 1930 por Motzkin.El verdadero interés en la programación lineal ocurre durante la Segunda Guerra Mundial cuando los matemáticos reflexionan sobre las mejores formas de utilizar los recursos en un momento en que están limitados. El problema de optimizar una función lineal sobre un conjunto de desigualdades lineales se convierte en el foco del esfuerzo De Dantzig.

Se anuncia el Método Simplex en matemática la gama de aplicaciones de este enfoque de modelado crece y el poderoso de la maquinaria de análisis numérico. El álgebra lineal numérico se convierte en un motor importante para el avance de las máquinas informáticas. En la década de 1970, los constructores de la informática teórica indican que la programación lineal puede, de hecho, definir la frontera de problemas manejables que pueden ser resuelto de manera efectiva en instancias grandes. Esto generó una serie de preguntas y respuestas: ¿Es el método simplex un método de tiempo polinomial? Y así es como el Método Elipsoide de la Unión Soviética y el método de punto interior se abre paso en esta historia como los actos heroicos de Khachiyan y Karmarkar. Se llama a este artículo una introducción a la programación lineal, ya que proporciona al lector una narración rápida del gran drama histórico. (Chakraborty, 2019)

2.1.2. Antecedentes Nacionales:

- Flores (2010). Estudio del algoritmo proyectivo de karmarkar y sus aplicaciones en la ingeniería. En este artículo el autor estudia la resolubilidad de problemas con algoritmo de complejidad polinomial, donde el tiempo de ejecución de un algoritmo depende en general del tamaño del problema a ser resuelto.Se consideró el tiempo de ejecución $T(n)$ como el peor caso de tiempo de ejecución de algún algoritmo sobre todos los problemas de tamaño n. Un algoritmo que sirve para encontrar una solución factible de un sistema de inecuaciones de números enteros de la forma $Ax\ b$ es el llamado algoritmo del elipsoide, el cual es iterativo y converge en un tiempo de ejecución polinomial. El algoritmo de Karmarkar y una variante es la principal motivación en resolver de manera rápida problemas de programación lineal donde el método simplex tenga un comportamiento exponencial. La variante del método de Karmarkar es un algoritmo más sencillo y permite disminuir el volumen de los cálculos a realizar en cada iteración. Finalmente se expuso aplicaciones relativas al campo de la ingeniería, las cuales pueden ser resueltas empleando programación lineal. (Flores, 2010).

- Vargas. (1998). Algoritmo de karmarkar y algoritmo primal-dual de puntos interiores para programación lineal. Este trabajo de tesis estudia dos algoritmos de punto interior para la programación lineal; el algoritmo de Karmarkar y el primal-dual en una de sus versiones iniciales. Se desarrolla en detalle ambos algoritmos y se prueba que son polinomiales, en contraposición al algoritmo simplex que es un algoritmo exponencial. Estos algoritmos, como algunos de sus variantes más modernas, han demostrado tener un mejor desempeño (número de iteraciones y tiempo de CPU) que el algoritmo simplex para problema de programarán lineal de gran tamaño. (Vargas, 1998).
- Gutiérrez . (2017). Algoritmo para la optimización del tiempo de ejecución en la situación de problemas de programación lineal. En la presente investigación muestra un algoritmo para la optimización del tiempo de ejecución según la situación de problemas de programación lineal. Este algoritmo está basado en una de las variantes del método de puntos interiores para programación lineal. Evoluciona por

el interior de la región factible a diferencia del algoritmo Simplex, que evoluciona por sus extremos, disminuyendo considerablemente el tiempo de ejecución en la solución de los problemas. Los algoritmos de puntos interiores surgen, con el trabajo de Karmarkar, como una alternativa de complejidad polinomial al bien establecido método de simplex, para el caso de programación lineal. En 1987 Kojima-Misuno-Yoshise presentan un algoritmo de puntos interiores, llamado Primal-Dual, que seguido del trabajo de Mehrotra en 1992, fundamentan las bases de algunos de los algoritmos existentes más eficientes para programación lineal. Este algoritmo combina de otras técnicas numéricas, tales como el método de Newton, lagrange y penalización interna, funcionando estas tres técnicas resulta el algoritmo para la optimización del tiempo de ejecución en la situación de problemas de programación lineal. Realizaron la implementación de las tres técnicas numéricas, así como la implementación del algoritmo principal en un software y experimentos computacionales que corroboran la eficacia frente a problemas de grandes dimensiones. Así generó problemas de programación lineal de 90 restricciones y 110 variables, 220 restricciones y 320 variables, que fueron resueltos con el algoritmo principal. (Gutierrez, 2017)

2.2. Bases Teóricas

Esta sección está dedicada a mostrar los resultados más importantes con respecto al marco teórico necesario para el entendimiento y desarrollo del presente trabajo, para esto se seguirá lo mostrado en:

Definicion.1

$\boldsymbol{A}$ es una matriz bidimensional de elementos a_{ij} dispuesto en m filas y n columnas, de modo que a_{ij} es el elemento en la fila i y la columna j.Si $\boldsymbol{m} = \boldsymbol{n}$ se dice que la matriz es cuadrada; si $m = 1$, se llama vector de fila, si $n = 1$,es un vector columna , y si $m = n = 1$,es un escalar. Normalmente, las matrices se denotan con letra mayúscula en negrita, los vectores se muestran como letras pequeñas en negrita y los escalares se muestran como letras pequeñas en cursiva. La i-esima fila de una matriz $A = (a_{ij})$ es $a_i \bullet$ y la j-esima columna de la matriz A es $a_{j\bullet}$.

Definición.2

A_n $[nxn]$-dimensional $A = (a_{ij})$ se llama una matriz de identidad, si $a_{ij} = 1$ si $i = j$ y cero en caso contrario. Una matriz de identidad se denota por $\boldsymbol{I}$.La i-esima fila de una matriz de identidad se denomina vector fila de unidad $e_j \bullet = [0,0, \dots 0, 1, 0,0, \dots 0]$ que tiene el “1” en la i –esima posición y ceros en caso contrario. La definición de un vector de columna unitaria $e_j \bullet$ es análoga $\bullet\, j$.

Definicion.3

La suma de dos $[mxn]$ matrices dimensionales A y B es una $[mxn]$ matriz dimensional C, tal que $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$,$i = 1, \ldots m$; $j = 1, \ldots, n$. La diferencia de dos matrices se define de manera similar.

Definición.4

El producto de una matriz $[mxn]$ dimensional $\boldsymbol{A} = (a_{ij})$ y una $[nxp]$ −matriz dimensional $\boldsymbol{B} = (b_{jk})$ es un $[mxp]$ matriz dimensional $\boldsymbol{C} = (c_{ik})$ tal que

$$C_{ik} = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} b_{jk} \ \forall i, k$$

Definición.5

La transposición de una matriz $[mxn]$ dimensional $\boldsymbol{A}$= (a_{ij}) es una $[nxm]$

$\boldsymbol{A^T} = ({a^T}_{ij})$ tal que $({a^T}_{ij})$=a_{ji} $\forall i, j$ si $\boldsymbol{A} = \boldsymbol{A^T}$. El A se dice que es simétrico.

La traza de una matriz $[nxn]$ dimensional A se define como la suma.

$$tr\boldsymbol{A} = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} b_{jk} \ \forall i, k$$

Definición.6

La inversa de una $[nxn]$ matriz dimensional $\boldsymbol{A} = (a_{ij})$ siempre que exista A^{-1} tal que $\boldsymbol{A^{-1}A} = \boldsymbol{AA^{-1}} = \boldsymbol{I}$**.**

Definición.7 (matriz diagonal). Sea la matriz cuadrada $\boldsymbol{A} \in M_n(F)$ se denomina diagonal si todas sus componentes que no fueran la diagonal son iguales a 0:

$\forall i, j \in \{1, \ldots, n\}$ $(i \neq j) \rightarrow \left(A_{ij} = 0\right)$ se denota por $Diag_n(F)$ al conjunto de las matrices diagonales de tamaño ,nxn sobre el campo F.

Definición.8 (matriz transpuesta). Sean 2 matrices $\boldsymbol{A} = \left(a_{ij}\right)_{mxn}$ y $\boldsymbol{B} = \left(b_{ij}\right)_{nxm}$

Decimos que $\boldsymbol{B}$ es la transpuesta de $\boldsymbol{A}$ sí y solo si $b_{ij} = a_{ji}\ \forall\ 1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n$ y se denota $\boldsymbol{B} = \boldsymbol{A^t}$ es decir:

$$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{A^t} \leftrightarrow b_{ij} = a_{ji}\ \forall i, \forall j$$

Definición.9 (convexidad).Se dice que un conjunto S es convexo, si la combinación lineal de dos elementos de S también es un elemento de S, es decir si,$x, y \in S$ y $\lambda \in [0,1]$, entonces $\lambda x + (1-\lambda)y \in S$. Geométricamente hablando, un conjunto es convexo, si todos los puntos dan en una línea recta.

el segmento que une cualquier par de elementos arbitrarios de S también son elementos de S.

Definición.10 una combinación afín de $x^1, x^2, x^3, \dots, x^k$ es:

$$x = \alpha_1 x^1 + \alpha_2 x^2 + \cdots + \alpha_k x^k$$

Donde α_j son números reales que satisfacen $\sum_{j=1}^{k} \alpha_j = 1$

2.3. Marco Conceptual

Algoritmo de karmarkar: El algoritmo de Karmarkar se inicia en un punto interior representado por el centro del sımplex y a continuación avanza en la dirección del gradiente proyectado para determinar un nuevo punto de solución. Este nuevo punto debe ser estrictamente interior, lo que quiere decir que todas sus coordenadas deben ser positivas. La validez del algoritmo se basa en esta condición para transformar la región factible inicial en otra región, cuyo centro es la imagen del último punto conocido, y aquí en la nueva región factible determinamos el nuevo punto y así sucesivamente se repite el proceso.

Transformación Proyectiva: Son transformaciones proyectivas las aplicaciones de un espacio lineal (rectas, planos, espacios tridimensionales) en otro, de manera que cuatro puntos en línea recta se transforman en cuatro puntos en línea recta.

Transformación lineal: Sea V, W dos espacios vectoriales sobre un cuerpo K.

$\mathrm{T}: \mathrm{V} \longrightarrow \mathrm{W}$ es una transformacion lineal de V en W si:

$$1) \forall\ \mathrm{u}, \mathrm{v}\ \mathcal{E}\ \mathrm{V}, \mathrm{T}(\mathrm{u}+\mathrm{v}) = \mathrm{T}(\mathrm{u}) + \mathrm{T}(\mathrm{v})$$

$$2)\ \forall\ a\ \mathcal{E}\ K\ , \forall v\ \mathcal{E}\ V, T(av) = aT(v)$$

Sistema no homogéneo: Se dice que un sistema de ecuaciones es no homogéneo, cuando cada una de las ecuaciones involucradas en el sistema están igualadas a un número diferente de cero, es decir, que si representamos el sistema de ecuaciones con la matriz asociada al sistema, esta tendrá todos los elementos de la columna de resultados con un valor numérico distinto de cero. Matemáticamente, el sistema homogéneo se puede representar matricialmente como Ax=b, en donde A es la matriz de coeficientes asociada al sistema, x es la columna de incógnitas y b es un vector columna de resultados en el que todos sus elementos son una constante distinta de cero. Se dice que la solución general de un sistema no homogéneo de ecuaciones, es la suma de una solución particular del sistema más la solución del sistema homogéneo asociado, es decir X=Xh+Xp.

2.4. Definiciones de términos básicos

Politopo: En geometría politopo significa, en primer lugar, la generalización a cualquier dimensión de un polígono bidimensional, o un poliedro tridimensional. Además, este término es utilizado en varios conceptos matemáticos relacionados.

Su uso es análogo al de cuadrado, que puede usarse para referirse a una región del plano de forma cuadrada, o sólo para los cuatro lados (línea poligonal cerrada), o aún para una mera lista de sus vértices y lados junto con alguna información acerca de la forma en que están conectados

Algoritmo del elipsoide: El algoritmo del elipsoide toma como entrada un conjunto convexo y retorna un punto del conjunto, probando de esta manera que el conjunto es no vacío, caso contrario el algoritmo retorna el mensaje que el conjunto es vacío. Es claro que este algoritmo es útil para probar la factibilidad de los Problemas de Programación Lineal. Así mismo el algoritmo también puede ser usado para resolver Problemas de Programación Lineal.

Tiempo polinomial: cuando el tiempo de ejecución de un algoritmo (mediante el cual se obtiene una solución al problema) es menor que un cierto valor calculado a partir del número de variables implicadas (generalmente variables de entrada) usando una fórmula polinómica, se dice que dicho problema se puede resolver en un tiempo polinómico.

Matriz no singular: En matemáticas en particular en algebra lineal, una matriz cuadrada A de orden n se dice que es invertible, no singular, no degenerada o regular si existe otra matriz cuadrada de orden n llamada matriz inversa.

Hiperplanos: En un espacio unidimensional (como una recta), un hiperplano es un punto: divide una línea en dos líneas. En un espacio bidimensional

Tiempo de ejecución: Se denomina tiempo de ejecución al intervalo de tiempo en el que un programa de computadora se ejecuta en un sistema operativo. Este tiempo se inicia con la puesta en memoria principal del programa, por lo que el sistema operativo comienza a ejecutar sus instrucciones.

III. HIPOTESIS Y VARIABLES

3.1. Hipótesis

Hipótesis General

Es posible aplicar en detalle el algoritmo de karmarkar para un problema de programación lineal.

Hipótesis Especifica

Es posible transformar la función potencial asociado al problema de programación lineal mediante una trasformación proyectiva.

Es posible optimizar una función lineal sobre una esfera.

3.1.1. Operacionalizacion de Variables

Definición conceptual de Variables

Variable independiente (I)

. Algoritmo de karmarkar

. Es un método de punto interior que se usa principalmente en la programación lineal, cuando el método simplex es complicado de usar, ya que este involucra la optimización a partir de puntos en el interior y no puntos en la frontera.

Variable Dependiente (D)

. Problema de programación lineal

. En la programación matemática la cual lo usan para maximizar o minimizar una función lineal que es una función objetivo la cual los puntos óptimos están en la frontera.

Variable	Dimensiones	Indicadores	Método	Técnica
I	Punto interior	Algoritmo	Teórico-práctico.	Análisis bibliográfico.
	Matrices	Vectores linealmente independientes		Análisis bibliográfico.
	Esfera	Función lineal		Análisis bibliográfico.
D	Restricciones	Espacio afín	Teórico-práctico.	Análisis bibliográfico.
	Función objetivo	Maximización y Minimización		Análisis bibliográfico.
	Sistemas lineales	Ecuaciones		Análisis bibliográfico.

Fuente: Elaboración propia.

IV. METODOLOGIA DEL PROYECTO

4.1. Diseño metodológico.

Tipo de investigación

Nuestra visión de investigación es cuantitativa conforme a mis objetivos. El tipo de investigación es de tipo básica, pura o fundamental, pues se utiliza las teorías existentes para profundizar en ellas, causando nuevos conocimientos o criterios en forma inductiva-deductiva tratando de ser lo más minucioso posible en cada demostración. Nuestro nivel de investigación es descriptivo.

Diseño de la investigación

Nuestro diseño de investigación es no experimental. Se empezará conociendo los conceptos en relación con la programación lineal, politopo, tiempo polinomial y algoritmo de elipsoide en ella veremos hiperplanos en la cual se hallará una solución factible para el problema de programación lineal dado en la forma estándar de karmarkar.

4.2. Método de la investigación

El método de investigación es básico teórico.

4.3. Población y muestra

No aplica para este tipo de proyecto.

4.4. Lugar de estudio

El lugar de estudio para el presente proyecto de investigación se desarrolló en la biblioteca especializada y laboratorio de la Facultad De Ciencias Naturales Y Matemática.

4.5. técnicas e instrumentos de recolección de la información

No se aplica para este tipo de proyecto

4.6. Análisis y procesamientos de datos.

Con la variable independiente (punto interior, matrices y esfera) tendremos una mejor observación del comportamiento de las soluciones de un problema de programación lineal. La variable dependiente (restricciones, función objetivo y sistemas lineales) nos dará el conjunto factible. Ambas variables se relacionan ya que el primero desarrollara la matriz en busca de un solución factible y satisfactoria.

4.7. Aspectos Éticos en Investigación.

El presente trabajo cumple las normas establecidas (artículo 427-438 del Código Penal, Ley sobre el Derecho de Autor-Decreto Legislativo N° 822) en nuestro país, no incurriendo en el delito contra la fe pública.

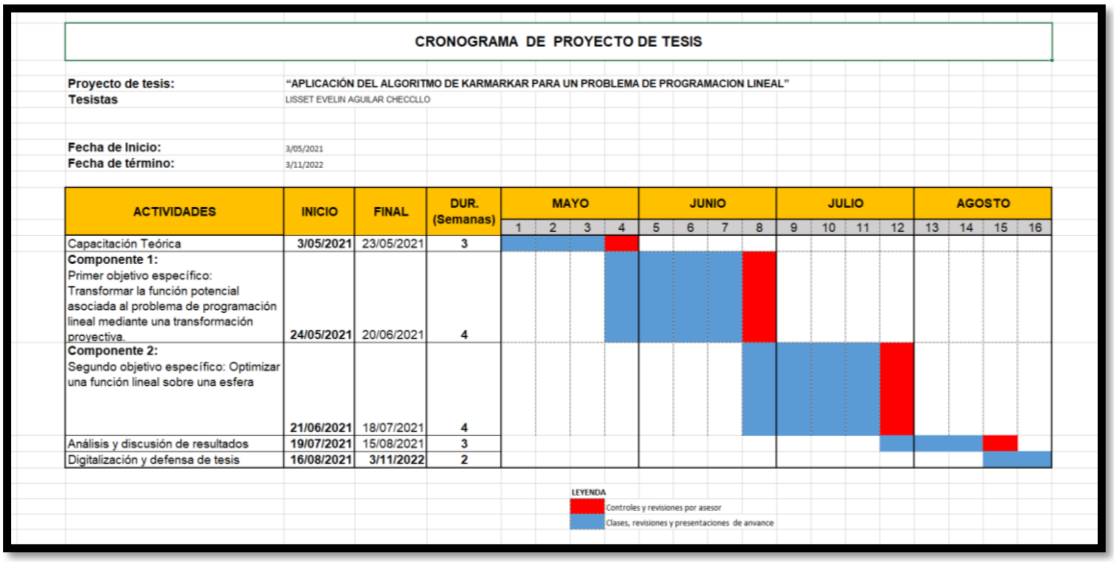
4.8. Si la orientación es hacia un proyecto de inversión, considera: Estudio técnico, Estudio económico-financiero, Estudio de la organización administrativa.

No se aplica para este tipo de proyecto.

4.9. Si el proyecto se orienta al impacto ambiental, considera: Área de estudio, Evaluación del impacto ambiental, Medidas ecológicas, Plan de supervisión ambiental.

No se aplica para este tipo de proyecto.

V. CRONOGRAMA DE ACTIVIDADES



CRONOGRAMA DE PROYECTO DE TESIS

Proyecto de tesis: "APLICACIÓN DEL ALGORITMO DE KARMARKAR PARA UN PROBLEMA DE PROGRAMACION LINEAL"
Tesistas LISSET EVELIN AGUILAR CHECCLLO

Fecha de Inicio: 3/05/2021
Fecha de término: 3/11/2022

ACTIVIDADES	INICIO	FINAL	DUR. (Semanas)	MAYO				JUNIO				JULIO				AGOSTO			
				1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Capacitación Teórica	3/05/2021	23/05/2021	3																
Componente 1: Primer objetivo específico: Transformar la función potencial asociada al problema de programación lineal mediante una transformación proyectiva.	24/05/2021	20/06/2021	4																
Componente 2: Segundo objetivo específico: Optimizar una función lineal sobre una esfera	21/06/2021	18/07/2021	4																
Análisis y discusión de resultados	19/07/2021	15/08/2021	3																
Digitalización y defensa de tesis	16/08/2021	3/11/2022	2																

LEYENDA
Controles y revisiones por asesor
Clases, revisiones y presentaciones de anvance

VI.PRESUPUESTO

Especificación	(%)	Costos S/.
Textos de especialidad	10	250.00
Revistas de la especialidad	10	250.00
Servicios de internet	40	1000.00
Discos compactos	5	125.00
Fotocopias y espiralados	15	375.00
Tipeo de impresión	5	125.00
Papel de impresión	5	125.00
Material de escritorio	5	125.00
Gastos de transporte	5	125.00
TOTAL	100	2500.00

VII. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

Avila. (1995). *Revista de Matemática: Teoría y Aplicaciones.* Universidad Nacional, Escuela de Informática.

Chakraborty, C. y. (2019). *Una introducción a la programación lineal: de Fourier a Karmarkar.* Departamento de Matemáticas, Instituto Indio de Ciencias, Bangalore, India: Revista de educación científica.

Flores. (2010). *Estudio del algoritmo proyectivo de Karmarkar y sus aplicaciones en la ingeniería.* Universidad Nacional de Ingienieria -Lima.

Gutierrez. (2017). *Algoritmo Para La Optimización Del Tiempo De Ejecución.* Universidad Nacional Del Altiplano-Puno.

MacCaig, B. y. (2015). *Un método fuertemente polinomial para resolver problemas de optimización lineal máxima de enteros en un caso genérico.* Revista de teoría y aplicaciones de la optimización .

Vargas. (1998). *Algoritmo de karmarkar y algoritmo primal-dual de puntos interiores para programacion lineal.* Universidad Nacional de Ingeniería-Lima.

VIII. ANEXOS

8.1 Matriz de consistencia

FORMULACIÓN DEL PROBLEMA	OBJETIVOS	HIPÓTESIS	METODOLOGÍA	POBLACIÓN Y MUESTRA
Problema general ¿Es posible describir y analizar en detalle el algoritmo de karmarkar para un problema de programación lineal?	**Objetivo general** Describir y analizar en detalle el algoritmo de karmarkar para un problema de programación lineal.	**Hipótesis general** Es posible describir y analizar en detalle el algoritmo de karmarkar para un problema de programación lineal.	El método de investigación es básico teórico	No se aplica para este tipo de proyecto.
Problemas específicos ¿Es posible transformar la función potencial asociada al problema de programación lineal mediante una transformación proyectiva? ¿Es posible optimizar una función lineal sobre una esfera?	**Objetivos Específicos** . Transformar la función potencial asociada al problema de programación lineal mediante una transformación proyectiva. . Optimizar una función lineal sobre una esfera	**Hipótesis Especifica** **.** Es posible transformar la función potencial asociado al problema de programación lineal mediante una transformación proyectiva. .Es posible optimizar una función lineal sobre una esfera		

Fuente: Elaboración propia